Zápisky k přednášce Teorie relativity z knihy Základy speciální teorie relativity

Z. Vokáčová

Kapitola 1

PROSTOR A ČAS VE SPECIÁLNÍ TEORII RELATIVITY

1.1 Inerciální systémy

1.1.1 Základní postuláty teorie relativity

Jedním ze základních postulátů teorie relativity je invariance základních rovnic vůči Lorentzovým trasformacím prostorových souřadnic i času. Tento uvedený nový princip se nazývá Einsteinův princip relativity a říká, že všechny inerciální systémy jsou pro formulaci všech fyzikálních zákonů zcela rovnocenné.

Prvními potřebnými pojmy nové teorie jsou systémy souřadnic. Nejvíce vyhovuje tato konstrukce: Nejprve si zvolíme nějaké referenční těleso (soustavu) a vytyčíme s ním pevně spojený ortogonální trojhran os $1, 2, 3$ našeho systému.

Souřadnice x_j budeme měřit pevnými délkovými měřidly, klidnými vůči zvolenému trojhranu. A čas vždy odečítáme na místních hodinách, které si rozestavíme na všech potřebných pevných místech našeho systému. Abychom ale mohli na kterýchkoliv z nich čas t odečítat, musíme je synchronizovat a k tomu potřebujeme další fyzikální zákon nebo princip. Synchronizace hodin musí být nezávislá na volbě hodin vysílajících signál. Jestliže tedy v pozdějším okamžiku vyšleme nový signál, musí ten signál přijít k libovolným hodinám ve správném čase. Hledaný princip tedy zní: chod všech místních hodin v systému S je stejný a světelné signály v tomto systému se šíří všemi směry stejnou rychlostí c.

Hodiny daného systému lze synchronizovat užitím světelných signálů, i kdyz neznáme číselnou hodnotu jejich rychlosti c. Stačí např. postavit do stejné vzdálenosti od daných dvou hodin systému S pozorovatele, který příjímá optické nebo radiotelegrafické časové signály vysílané od obojíchj hodin. Jestliže však známe číslenou hodnotu rychlosti světla,je zase naopak možno měřit souřadnice x_j hmotných objektů v našem inerciálním systému i pomocí hodin, metodou radiolokační. Podobné zkoušky inerciálnosti systému jsou možné i při obyčejném měření vzdáleností (pomocí délkových měřítek - metodou triangulační). Vzdálenosti a úhly musí být v souhlase s euklidovskou geometrií.

Původně byl zákon o nezávislosti rychlosti světla na směru postupu i na pohybu zdroje vyvozen jen pro systém „klidný vůči éteru“. Tento postulát však platí ve všech inerciálních systémech. Tento zákon je možno pokládat za speciální důsledek Maxwellových rovnic a Einsteinova principu relativity.

Fyzikální zákony mají být takové, aby vyhovovaly oběma základním postulátům: principu relativity a principu konstantnosti rychlosti světla.

1.1.2 Odvození Lorentzovy transformace

Vyjděme od systému S souřadnic x_j a času t, a hledejme trasnformaci

$$\begin{aligned} x'_j &= f_j(x_1, x_2, x_3, t), \qquad j = 1, 2, 3; \\ t' &= g(x_1, x_2, x_3, t) \end{aligned} \tag{1.1}$$

takovou aby z rovnic

$$x'_j - x'_j(0) = ce'_j \cdot (t' - t'_0) \tag{1.2}$$

plynuly rovnice tvaru

$$x_j - x_j(0) = ce_j \cdot (t - t_0) \tag{1.3}$$

nebo obecněji

$$x_j - x_j(0) = u_j \cdot (t - t_0) \tag{1.4}$$

Konstanty e'_j splňují rovnice $e'_j e'_j = 1$. Počáteční hodnoty $x_j(0)$ a t_0, které určují místo a čas vyslání signálu se ovšem transformují jako x_j a t. Veličiny e_j mají vyjít také konstantní a splňovat vztah $e_j e_j = 1$. Pak je možno říci, že v systému S platí „zákon konstantní rychlosti světelných signálů“, v důsledku jeho platnosti v S'.

Transformace (1.1) nemusí být obecně lineární. Pokud je nelineární tak to znamená, že „opticky izotropní“ systém S obecně nemusí být lineární ve smyslu mechanickém.

Z toho důvodu doplňuje Fok postuláty definující opticky izotropní systém S tím, že trojhran jeho os má být vždy zvolen ještě tak, aby se v něm volné hmotné body pohybovali s nulovým zrychlením, a teprve tento systém může být nazýván inerciáním. Potom je už možno bez dalších předpokladů dokázat, že transformace vedoucí od jednohu inerciálního systému k druhému je nutně lineární. Linearita rovnic (1.1) plyne taktéž z předpokladu, že konečným hodnotám souřadnic a času v jednom systému odpovídají konečné souřadnice a časy ve druhém. Tím se vyloučí singulární transformace, které nejsou lineární. Na rozdíl od Foka nyní rovnice (1.4) pro pohyb volných hmotných bodů platí v uvažovaných systémech nikoliv proto, že se jejich platnost výslovně požadovala už při definici a výběru systémů, nýbrž proto, že všechny fyzikální systémy vzájemně vnitřně souvisí.

<u>Určení transformace</u>

Nejobecnější lineární vztah mezi proměnnými x'_j, t' a x_k, t je

$$\begin{aligned} x'_j &= \alpha_{jk} x_k + \alpha_{j0} t + \alpha_j, \\ t' &= \alpha_{0k} x_k + \alpha_{00} t + \alpha_0 \end{aligned} \tag{1.5}$$

a vezmeme-li si předpoklady, že

1. osy 1 a $1'$ splývají,
2. osy 2 a $2'$ (a tedy i 3, $2'$) jsou rovnoběžné a téhož smyslu,
3. v okamžiku, kdy se oba počátky O a O' setkají, ukazují hodiny H_O i $H_{O'}$ na nulu.

Z předpokladu 3 vyplívá, že aditivní konstanty jsou rovny nule a z předpokladu 1, že při $x_2 = x_3 = 0$ musí rovněž $x'_2 = x'_3 = 0$. Rovnice (1.5) se tedy zjednoduší na tvar

$$\begin{aligned} x'_2 &= \alpha_{22} x_2 + \alpha_{23} x_3 \\ x'_3 &= \alpha_{32} x_2 + \alpha_{33} x_3. \end{aligned}$$

Z předpokladu 2 dále plyne, je-li $x_3 = 0$, musí i $x_3' = 0$ a výrazy se dále zjednodušší na

$$\begin{aligned} x_2' &= \alpha_{22} x_2 \\ x_3' &= \alpha_{33} x_3. \end{aligned}$$

Z rovnocennosti všech směrů kolmých ke společné ose 1, plyne

$$\begin{aligned} x_2' &= x_2 \\ x_3' &= x_3. \end{aligned}$$

Zbývá ještě určit koeficienty ve vzorcích (1.5) pro x_1' a t'. Z rovnocennosti všech směrů kolmých ke společné ose plyne jejich nezávislost na x_2 a x_3. Rovnice (1.5) pak mají tvar

$$\begin{aligned} x_1' &= \alpha_{11} x_1 + \alpha_{10} t \\ t' &= \alpha_{01} x_1 + \alpha_{00} t. \end{aligned}$$

Zavedeme-li nové konstanty γ a v vztahy

$$\alpha_{11} = \gamma, \qquad \alpha_{10} = -\gamma v,$$

rovnice lze pak přepsat

$$\begin{aligned} x_1' &= \gamma(x_1 - v)t \\ t' &= (1 - \gamma^2)(\gamma v)^{-1} x_1 + \gamma t. \end{aligned}$$

Zbývá ještě určit koeficient γ. K tomu použijeme předpoklad, že světelné signály mají v osou systémech stejnou rychlost c. Stačí uvažovat světelný signál vyslaný v čase $t = 0$ z počátku O ve směru osy 1. Pro jeho souřadnice v obou systémech platí vztahy

$$x_1 = ct, \qquad x_1' = ct'.$$

Pro koeficient γ pak plyne vyjádření

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \tag{1.6}$$

Transformační rovnice lze souhranně napsat ve tvaru

$$\begin{aligned} x_1' &= \gamma(x_1 - vt), \\ x_2' &= x_2 \qquad (1.7) \\ x_3' &= x_3 \\ t' &= \gamma(t - vc^{-2} x_1). \end{aligned}$$

$$(1.8)$$

Inverzní souřadnice dávají v souhrnu rovnice

$$\begin{aligned} x_1 &= \gamma(x_1' + vt), \\ x_2 &= x_2' \qquad (1.9) \\ x_3 &= x_3' \\ t &= \gamma(t' + vc^{-2} x_1'). \end{aligned}$$

$$(1.10)$$

1.2 Vlastnosti speciální Lorentzovy transformace

1.2.1 Důležitá invariantní rovnice a invariant Lorentzovy transformace

Ověření, že se světlo v novém systému S' šíří všemy směry stejnou rychlostí c, šíří-li se touto rychlostí v původním systému S:

- Z místa $x_j(P)$ v čase t_p vyšleme signál. Ten se šíří všemy směry rychlostí c. Souřadnice x_j bodů dosažených signálem v čase t splňují rovnici

  $$(x_j - x_j(P))(x_j - x_j(P)) - c^2(t - t_p)^2 = 0 \tag{1.11}$$

  Jde o bodovou záležitost a tak mezi souřadnicemi x'_j v systému S' platí rovnice

  $$(x'_j - x'_j(P))(x'_j - x'_j(P)) - c^2(t' - t'_p)^2 = 0 \tag{1.12}$$

  ta vyjadřuje, že uvažovaný světelný sognál se i v systému S' šíří všemy směry stejnou rychlostí c. Jde o základní vlastnost Lorentzovy transformace, a to, že zachovává tvary rovnic. Při jednoduchých úpravách, žádný ze členů nebyl zkrácen a tak by se oba rovnice rovnaly, i kdyby nebyly nulové. Můžeme tedy říci, že výraz

  $$s^2_{AB} = (x_j(B) - x_j(A))(x_j(B) - x_j(A)) - c^2(t_B - t_A)^2 \tag{1.13}$$

  utvořený ze souřadnic a časů dvou libovolných bodových událostí A a B, je při Lorentzových transformací invariantní, zcela obdobně jako

  $$r^2_{MN} = (x_j(B) - x_j(A))(x_j(B) - x_j(A)) - c^2(t_B - t_A)^2 \tag{1.14}$$

  tj. čtverec vzdáleností současných poloh dvou bodů, při transformacích Galileiho.

1.2.2 Podsvětelné a nadsvětelné rychlosti

Po jednoduchých úpravách lze pro složky rychlosti dostat výrazy

$$\begin{aligned} u'_1 &= (u_1 - v)(1 - vu_1/c^2)^{-1} && (1.15)\\ u'_2 &= u_2\gamma^{-1}(1 - vu_1/c^2)^{-1} && (1.16)\\ u'_3 &= u_3\gamma^{-1}(1 - vu_1/c^2)^{-1} && (1.17) \end{aligned}$$

Utvoříme-li čtverec velikosti rychlosti $\vec{u}'$, dostaneme vztah

$$u'^2 = c^2\left[1 - \left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right)\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)\left(1 - \frac{vu_1}{c^2}\right)^{-2}\right] \tag{1.18}$$

který při $u = c$ dává $u' = c$. Pohybuje-li se tedy objekt M vůči systému S rychlostí c, pohybuje se tejně velkou rychlostí i vůči systému S' nezávisle na tom, jak velkou rychlostí $v < c$ se oba systémy S a S' pohybují vůči sobě navzájem.

Uvažujme případy, kdy $u < c$ a $u > c$. Předpokládejme však stále, že $v^2 < c^2$, neboť při opačné nerovnocsti nemá transformace (1.7) fyzikální význam a při rovnosti nemá smysl ani z hlediska čistě matematického.

- v limitě $u \to c$ (zdola i shora) máme také $u' \to c$
- existují konečné rychlosti $u > c$, a jim odpovídá $u' \to \infty$

Celkem tedy vidíme, že tři obory rychlostí $|\vec{u}| < c$, $|\vec{u}| = c$ a $|\vec{u}| > c$ se při Lorentzových transformací se „transformují v samy sebe“. Zjištění, že rychlost objektu M je menší než c (rovná c, větší než c) je tedy absolutní, nezávislé na volbě interagujícího systému, vzhledem k němuž tu rychlost určujeme.

Poznamenejme, že nejobecnější transformace vedoucí od jednoho inerciálního systému k druhému se liší od speciální Lorentzovy transformace (1.7) pouze přídavným otočením (resp. zrcadlením) trojhranu os, nehledě k možnému posunutí počátku souřadnic x'_j i počátku měření času t'. Tyto přídavné operace nenaruší platnost uvedených vět o rovnici (1.11) a (1.13) a oborech rychlostí $< c$, $= c$, $> c$.

1.2.3 Speciální Lorentzova grupa. Aproximace Lorentzovy transformace při $v \ll c$

V limitním tvaru, při $c \to \infty$, přechází Lorentzovo transformace (1.7) v transformaci Galileiho

$$\begin{aligned} x'_1 &= x_1 - vt \\ x'_2 &= x_2 \\ x'_3 &= x_3 \\ t' &= t \end{aligned} \tag{1.19}$$

$$\tag{1.20}$$

a pro rychlosti

$$\begin{aligned} u'_1 &= u_1 - v \\ u'_2 &= u_2 \\ u'_3 &= u_3 \end{aligned} \tag{1.21}$$

$$\tag{1.22}$$

Množina transformací (1.19) s libovolným reálným parametrem v tvoří speciální Galileiho grupu.

I množina transformací (1.7) s reálným parametrem v z intervalu $(-c, c)$ tvoří spojitou, jednoparametrickou grupu, kterou její objevitel Poincaré nazval grupu Lorentzovou. Všechny operace definované pro grupu na této Lorentzově grupě též platí.

Infinitezimální transformace této grupy jsou transformace (1.7) s nekonečně malým parametrem $v = \varepsilon$, neboť v limitě $v \to 0$ dostáváme transformaci identickou. Takové transformace lze psát ve tvaru

$$\begin{aligned} x'_1 &= x_1 - \varepsilon t \\ x'_2 &= x_2 \\ x'_3 &= x_3 \\ t' &= t - \varepsilon c^{-2} x_1. \end{aligned} \tag{1.23}$$

$$\tag{1.24}$$

Vidíme, že infitezimální Lorentzova transformace (1.23) nemá tvar Galileiho transformace (1.19). Poměr Galileiho transfomace ku Lorentzově je tedy složitější.

Ve fiktivním limitním světě $c \to \infty$ platí vztahy (1.19) a (1.21) přesně a bez omezení. Použitelnost aproximace (1.19) vztahů (1.7) je omezena podmínkou

- $|\beta| \ll 1$ - aby bylo možno psaát $\gamma \doteq 1$ s přesností do veličin řádu β

- nahradíme-li tedy za předpokladu podmínky první z rovnic (1.7) přibližnou rovnicí $x_1' \doteq x_1 - vt$, předpokládáme také ještě $\beta^2|x_1| \ll |vt|$, jinak bychom museli připojit člen $\frac{1}{2}\beta^2 x_1$. Aby šla uspokojivě transformace (1.7) přepsat na transformaci (1.19), musí tedy platí i omezení $|x_1| \ll |c^2 v^{-1} t|$. omezení

Výsledky však ukazují, že tomu tak není. Lepší aproximaci představují vztahy (1.23), neboť zachovávají kromě největších členů i členy β-kráte menší. Zapíšeme-li ji ve tvaru

$$x_1' \doteq x_1 - \beta ct, \quad x_2' \doteq x_2, \quad x_3' \doteq x_3, \quad ct' \doteq ct - \beta x_1 \tag{1.25}$$

je poměrná velikost členů na pravých stranách hned zřejmá. Porotže tyto vztahy jsou obecně správnou aproximací vztahů (1.7) při $v \ll c$ jsou také v mezích své přesnosti v souhlase s postulátem konstantní rychlosti světla i s Einsteinovým principem relativity.

1.3 Relativnost současnosti a princip kauzality

1.3.1 Relativnost současnosti

Mějme dvě „bodové události“ A, B, které jsou v inerciálním systému S určeny souřadnicemi a časy $x_j(A)$, t_A popř $x_j(B)$, t_B. Podle čtvrté z rovnic (1.7) platí

$$t_B' - t_A' \;=\; \gamma\left\{t_B - t_A - vc^{-2}[x_1(B - x_1(A)]\right\} \tag{1.26}$$

Nechť je $t_A = t_B$, tj. události A a B nastaly, podle údajů na místních hodinách systému S současně. Ze vztahu (1.26) pak vidíme, že pozorovateli v systému S' se tyto události současné nejeví, je-li $x_1(B) \neq x_1(A)$.

Budiž $x_1(B) > x_2(A)$. Pak máme $t_B' < t_A'$. tj. událost v místě ležícím ve směru pohybu systému S' nastala podle údaje soumístných hodin pevných v systému S' dříve. Z toho plyne, že časový sled dvou událostí A, B, které jsou v jednom inerciálním systému S současné, může být v různých systémech různý.

Při platnosti $t_B = t_A$ plynou pro první tři rovnice z transformací (1.7) vzorce

$$\begin{aligned} x_1'(B) - x_1'(A) &= \gamma\left[x_1(B) - x_1(A)\right], \\ x_2'(B) - x_2'(A) &= x_2(B) - x_2(A) \\ x_3'(B) - x_3'(A) &= x_3(B) - x_3(A), \end{aligned} \tag{1.27}$$

Z nich je především vidět, že diference souřadnic mají ve všech systémech S' určených transformacemi ve tvaru (1.7) tatáž znaménka jako v systému S. Dále z nich plyne, že vzdálenost dvou míst, v nichž nastaly události A, B, je nejmeší práve pro pozorovatele v v systému S, v němž jsou události současné, neboť při $v \neq 0$je $\gamma > 1$.

Ze vztahu (1.26) a vztahů (1.27) plyne nerovnost

$$|t_B' - t_A'| \leq \left|\frac{v}{c^2}\right| |x_1'(B) - x_1'(A)| < \frac{1}{c}\,|\vec{x}'(B) - \vec{x}'(A)| \tag{1.28}$$

neboť $|v| < c$ a obecně $|x_1'(B) - x_1'(A)| \leq \frac{1}{c}|\vec{x}'(B) - \vec{x}'(A)|$. Jsou-li tedy dvě události A, B v určitém inerciálním systému S současné, pak v žádném jiném takovém systému S' nemůže být jejich časový rozdíl větší než doba, kterou potřebuje světlo, aby dospělo z místa jedné události do místa události druhé.

Pokud souřadnice událostí a jejich časy v systému S splňují nerovnost

$$|t_D - t_C| \geq \frac{1}{c}\,|\vec{x}(D) - \vec{x}(C)| \tag{1.29}$$

mají časové pořadí stejné ve všech inerciálních systémech.

1.3.2 Princip kauzality

Podle Einsteinova principu relativity jsou všechny inerciální systémy fyzikálně rovnocenné. O žádném z nich nelze tvrdit, že v něm jsou hodiny synchronizovány správněji než v druhých. Proto musíme současnost událostí zjištěnou měřením v systému S pokládat za stejně pravdivou, skutečnou a objektivní, jako jejich nesoučasnost zjištěnou v systémech S', S'' apj. V teorii relativity je tedy i současnost dvou událostí nutně pojmem relativním.

Důležitým fyzikálním principem, který má přímý vztah k pojmu současnosti a k časovému sledu událostí, je *princip kauzality* (příčinnosti). Vyžaduje, aby následek nemohl nikdy nastat dříve než vznikla jeho příčina.

Aby k takovým rozporům nedocházelo, je zřejmě nutno a stačí, aby byla zásadně vyloučena možnost přímé příčinné souvislosti dvou událostí, jejichž souřadnice a časy splňují nerovnost (1.28). Jako příčina a následek mohou spolu souviset pouze události, jejichž „data" splňují nerovnost (1.29) a jejichž časové pořadí je proto absolutní.

Aby však byla znemožněna příčinná souvislost událostí A, B splňující podmínku (1.28), je zase nutné a stačí, aby se nebylo možné přenášet rychlostí větší, než je rychlost světla c. Vzájemné působení (interakce) mezi materiálními objekty může probíhat pouze rychlostí $u \leq c$.

Událostem, které splňují podmínku (1.28), říkáme kvazisoučasné, neboť lze vždy najít systém, kde jsou současné. Kvazisoučasnost je pojem absolutní. Dvě kvazisoučasné události spolu nesouvisí, ale obě mohou být následkem jedné a téže třetí události.

Události C, D, splňují-li podmínku (1.29), mají časové pořadí absolutní. Platí-li navíc nerovnost $t_C < t_D$, je D vůči C absolutně budoucí a C vůči D absolutně minulou událostí.

1.3.3 Pojem současnosti

Nechť je při setkání počátků O, O' systémů S, S' spojených transformací (1.7) z místa $O \equiv O'$ vyslán světelný signál na všechny strany. Z hlediska pozorovatele v systému S se signál šíří tak, že body, k nimž dospěl, vyplňují v každém okamžiku kulovou plochu se středem v počátku O. Její poloměr vzrůstá rychlostí c. Totéž tvrdí pozorovatel v systému S', jenže podle něho je střed kulové plochy v počátku O'.

Vysvětlení je v tom, že zmíněná kulová plocha se středem v O je množinou bodů, k nimž signál dospěl současně z hlediska systému S. Ale podle pozorovatele v systému S' signál nepřišel do všech bodů té plochy současně. Podle jeho měření přichází signál současně právě do bodů ležících na kulové ploše se středem v počátku S'. Je jasné, že každý z nich mluví o jiné množině bodových událostí.

1.4 Dilatace času. Vlastní čas

1.4.1 Zpomalování chodu hodin v relativním pohybu

Dilatace času popisuje jev, při kterém dochází ke zpomalení chodu hodin vlivem pohybuvůči zvolenému systému.

Mějme hodiny v systému S a v sytsému S'. Postavíme se nejprve na stanovisko pozorovatele v systému S. Chceme-li zkoumat chod hodin systému S', musíme vybrat jedny určité hodiny H' a sledovat, jak jejich údaj $t'(H')$ vzrůstá s naším časem t. Uvidíme, že výsledek nezávisí na to, jaké hodiny si vybereme.

Vybrané hodiny H' mají v systému S' neproměnné souřadnice $x'_j(H')$ a vůči našemu systému S se pohybují rychlostí $\vec{u}(H') \equiv (v, 0, 0)$; přitom potkávají různé hodiny našeho systému. Chod zvolených hodin H' proto můžeme pohodlně sledovat tak, že jejich údaj $t'(H')$ srovnáváme ždy s údajem t těch našich hodin H, s nimiž se právě potkaly.

Data $x'_j(H')$, $t'(H')$ určují „bodovou událost", jíž podle transformace k (1.9) přísluší v našem systému S souřadnice

$$x_1 = \gamma(x'_1(H') + vt(H')), \qquad x_2 = x'_2(H'), \qquad x_3 = x'_3(H') \tag{1.30}$$

a čas

$$t = \gamma(t'(H') + vc^{-2}x'_1(H')) \tag{1.31}$$

Vzrovste-li údaj $t'(H')$ o $dt'(H')$, souřadnice $x'_j(H')$ se nezmění. Data $x'_j(H')$, $t'_j(H') + dt'(H')$ pak určují novou bodovou událost, jíž v našem systému přísluší souřadnice $x_j + dx_j$ a čas $t + dt$. Ze dvou předešlých vztahů

$$\begin{aligned} dx_1 &= \gamma v\ dt'(H'), \qquad dx_2 = dx_3 = 0 \\ t &= \gamma(t' + vc^{-2}x'_1) \end{aligned} \tag{1.32}$$

Přírůstek času $dt'(H')$ na vybraných hodinách H' systému S' tedy souvisí s přírůstkem času dt v našem systému S vztahem

$$dt'(H') = \gamma^{-1}dt = (1 - \beta^2)^{\frac{1}{2}} < dt \tag{1.33}$$

Jelikož ve vzorci (1.33) nevystupují souřadnice vybraných hodin H', můžeme říci, že hodiny systému S' jdou γ^{-1}-kráte pomaleji (měří čas na γ-kráte větší jednotky) než hodiny v systému S. Mluvíme tedy o dildateci času v systému S'.

Stejnou úvahu můžeme uplatnit z hlediska systému S' na vybrané hodiny H systému S. Z hlediska systému S' nastává tedy dilatace času zase v systému S. Tak tomu také je, neboť mají být oba systémy rovnocenné, jak žádá Einsteinův princip relativity. Tato na první pohled podivná vzájemnost a symetrie zpomalování hodin je umožněna přítomností druhého členu v transformačních vzorců pro čas (např. (1.33)). Relativistická dilatace času tedy úzce souvisí i s relativností současnosti, která „spolupůsobí" při vyvolávání uvažovaného jevu.

1.4.2 Přímý experimentální důkaz dilatace času

Relativistickou dilataci času lze poměrně snadno potvrdit experimentálně. Měření ukazují, že se trvání určitého fyzikálního děje probíhajícího na hmotném objektu prodlouží při větší rychlosti tohoto objektu vůči Zemi.

Popíšeme samovolný rozpad nestálých elementárních částic - mionů.

Rozpad těchto elementárních částic probíhá podle téhož statického „časového zákona rozpadu" jako rozpad nestálých (radioaktivních) atomových jader, tj.

$$n(t) = n(0)exp(-\Gamma^\star t) = n(0)exp(-t/\tau^\star). \tag{1.34}$$

V něm $n(0)$ značí počet částic přítomných v čase $t = 0$ a $n(t)$ počet těch částic přítomných (ještě nerozpadlých) v čase $t > 0$. Veličina

$$\Gamma^\star = \frac{1}{n(t)}\left|\frac{dn(t)}{dt}\right| \tag{1.35}$$

udává pravděpodobnost, že se vybraná částice rozpadne během jedné vteřiny, a doba $\tau^\star = 1/\Gamma^\star$ udává střední dobu „života částice". Za dobu $\Delta t = \tau^\star$ se původní počet částic zmenší e-krát. Veličiny $\Gamma^\star$, $\tau^\star$ jsou u daného druhu částic charakteristické konstanty.

Protože je časová závislost (1.34) pravidelná, může vzorek radioaktivní látky zastávat úlohu hodin.

Zákon působení, které vyvolává rozpad částice, je obecný fyzikální zákon, který je obecně platný ve všech inerciálních soustavách. Proto lze očekávat, že u daného druhu nestálé částice bude charakteristická její vlastní (klidová) doba života $\tau_0^\star = 2,2 \cdot 10^{-6} s$.

Je ihned zřejmé, že miony schopné proletět 30 km zemskou atmosférou, mají dobu života $\tau^\star$ podstatně větší než $\tau^{\star_0}$, neboť na to potřebují jistě dobu $\Delta t \geq 10^{-4} s \equiv 50\tau_0^\star$. Kdyby doba mionu nezávisela na jeho rychlosti v, nemohly by prakticky žádné miony dojít až k zemi, protože jejich počet by se během letu zmenšil asi 10^{20}-krát.

S přihlednutím k vlivu zbrždění, rozptylu a dalším opravám, je vzorec $\tau^\star = \gamma\tau_0^\star$ tímto způsobem vskutku ověřen.

1.4.3 „Paradox hodin“

Jde o tento problém: Z počátku O inerciálního systému S startuje v čase $t = t_A = 0$ „kosmická loď“ ve směru osy 1 (start $\equiv$ bodová událost A). V krátké době nabude velké rychlosti $v < c$ a touto konstantní rychlostí se velmi dlouho pohybuje. Potom se zbržděním rychle zastaví (obrat $\equiv$ bodová událost B) a stejným způsobem se vrátí zpět do bodu O (přistání $\equiv$ bodová událost D). Kosmonaut s sebou veze svoje hodiny H_k, které udávají jeho vlastní čas τ, a při startu ukazují na nulu jako hodiny na Zemi ($\tau_A = 0$).Otázka je jaký rozdíl bude mezi časem hodin $\tau_D - \tau_A$ po návratu do O v době t_D udávané hodinami H_O.

Budeme předpokládat, že hodiny H_k jsou sestrojeny tak, že jsou prakticky „necitlivé“ na zrychlení vůči S vyvolané vnější mechanickou (negravitační) silou, která na ně působí při uvádění kosmické lodi do pohybu a při jejím zastavování.

Předpokládáme-li dále, že kosmická loď na cestě tam i zpět je prakticky stále v pohybu vůči S konstantní rychlostí v. Je-li na cestě tam dobu $t_B = T$, doletí do vzdálenosti $x_1(B) \doteq vT$ a vrátí se do bodu O v době $t_D = 2T$.

$$\tau_D = \gamma^{-1} t_D < t_D \tag{1.36}$$

Je-li např. $v = 0.6c(\gamma^{-1} = 0.8)$ a $T = 5let$ $(x_1(B) = 3svtelnroky)$, je $t_D = 10let$ a $\tau_D = 8let$. Poněvadž se všechny fyzikální děje zpomalují stejně jako chod hodin, zestárne i kosmonaut o 2 roky méně, než jeho druzy na Zemi.

Stejný výsledek však musí vyjít i při výpočtu provedeném v libovolně jiném inerciálním systému, neboť údaje na hodinách H_O a H_K při jejich setkání po návratu jsou absolutním faktem. Vysvětlení paradoxu hodin (někdy je tento paradox nazýván též paradoxem dvojčat) se tedy musí hledat v tom, že kosmonautův výpočet byl chybný.

Odhalení chyby je jednoduché. Chyba vznikla při zanedbání relativnosti současnosti. Při výpočtu z hlediska klidového systému kosmické lodi se musí přihlížet i k tomu, že systém S', v němž je kosmická loď v klidu mezi startem A a obratem B a systémem S'', v němž je v klidu mezi obratem B a návratem D, jsou sice oba inerciální, ale různé systémy, takže pojmy současnosti v nich nesouhlasí ani navzájem ani s pojmem současnosti v systému S. Tzn., že po dobu obrátky ení systém kosmické lodi inerciální.

1.5 Transformace délek a vzdáleností

1.5.1 Relativistická kontrakce délky tyče v pohybu

Délkou tyče v systému S budeme rozumět vzdálenost l současných poloh obou jejích konců.

1.5.2 Příklad na použití relativní délky tyče

1.5.3 Jiné příklady a transformace

1.5.4 „Paradox rotujícího kotouče“

1.6 Transformace rychlosti a zrychlení

1.6.1 Složky rychlosti v libovolném pohybu

1.6.2 Složky zrychlení. Klidové zrychlení

1.7 Zobecnění speciální Lorentzovy transformace pro libovolný směr rychlosti

1.7.1 Odvození transformace a její vlastnosti

1.7.2 Použití transformace

1.8 Skládání speciálních Lorentzových transformací ve dvou komých směrech

1.8.1 Složená transformace

1.8.2 Thomasova precese

Kapitola 2

MINKOWSKÉHO ČTYŘROZMĚRNÝ PROSTOR

Matematik Minkowski ukázal, že Lorentzovu transformaci lze interpretovat i geometricky. Minkowského geometrie prostoročasu umožnila zavést nové pojmy a vybudovat vhodný matematický aparát.

2.1 Geometrická interpretace Lorentzovy transformace

2.1.1

2.1.2

2.1.3

2.1.4

2.1.5

2.2 Obecná Lorentzova transformace a obecná Lorentzova grupa

2.2.1

2.2.2

2.2.3

2.3 Další důležité geometrické útvary

2.3.1 Světočáry

2.3.2 Plochy a nadplochy v prostoročase. Světové trubice

2.4 Vektroy a tenzory

2.4.1

2.4.2

2.4.3

2.4.4

2.4.5

2.4.6

2.5 Reprezentace Lorentzovy grupy

2.5.1

2.5.2

2.5.3

2.5.4

2.6 Reáné souřadnice

2.6.1

2.6.2

2.6.3

Kapitola 3

RELATIVISTICKÁ ELEKTRODYNAMIKA A MECHANIKA HMOTNÝCH ČÁSTIC

ksrguiehtgi

3.1 Tenzorový zápis Maxwellových - Lorentzových rovnic

3.2 Fyzikální důsledky transformačních vzorců a jejich praktické využití

3.3 Loretzova čtyřsíla a tenzor energie a hybnost elektromagnetického pole

3.4 Rovinná elektromagnetická vlna

3.5 Invariantní zápis Lorentzových pohybových rovnic elektronu

3.6 Založení relativistické mechaniky nezávisle na elektrodynamice

3.7 Příklady sil, jejichž působení na hmotnou částici mění její klidovou hmotu

3.8 Einsteinův zákon o ekvivalenci hmoty a energie

Podle Einsteina jsou si hmota m a energie E každého materiálního objektu vzájemně úměrné

$$E = mc^2. \tag{3.1}$$

Energie lze rozdělit do dvou skupin.

- ty formy energie, které lze snadno měnit z jedné v druhou a převádět z jednoho materiálního objektu na druhý, se označují podle Foka za *aktivní.*
- energie, které zatím nedovedeme přeměnit v energie jiné formy označíme *pasivní.* Nejpasivnější formou energie je vnitřní, klidová energie stabilních elementárních částic, elektronů a protonů.

Pokusy s elektromagnetickým urychlováním elektronů a protonů prokazují dvě základní fakta v plném souhlasu s teorií relativity:

- rychlost částice u vzrůstá s energií W dodanou částicí při jejím urychlování

$$\gamma_u = \frac{m_0c^2 + W}{m_0c^2} = \frac{E}{E_0} \tag{3.2}$$

  a proto na žádném urychlovači nelze dosáhnout rychlostí $u \geq c$.

- setvračná hmota částice závisí na její rychlosti u

$$m = m_0\gamma_u = m_0\frac{E}{E_0} \tag{3.3}$$

U elektronů je tato formule prověřena s velikou přesností až do nejvyšších dosažitelných energií.

Úplně, stoprocentně se přemění veškerá klidová energie stabilní hmotné částice na energii aktivní formy, když se setká elektron s pozitronem, který má stejnou klidovou hmotu jako elektron, ale opačný náboj. Obě částice přitom zmizí a místo nich vznikne záření γ, jejichž úhrná enrgie je vždy $\geq 1.02 MeV$. Anihilaci páru přeměnou na fotony je možno také obrátit.

3.9 Relativistický tenzor momentu hybosti

3.10 Základní rovnice elektrodynamiky a mechaniky v reálných prostoročasových souřadnicích

Kapitola 4

VARIAČNÍ PRINCIPY

Vyvrcholením teoretického rozvoje Newtonovy mechaniky a Maxwellovy-Lorentzovy elektrodynamiky bylo vyjádření jejich základních zákonů ve formě variačního principu d ' Alembertova, popř. Hamiltonova. V relativistické mechanice hmotných částic a v teorii pole mají analogické formulace jejich základních zákonů ještě jasně jasnější smysl teoretický a hlubší význam fyzikální i podstatně větší cenu praktickou.

4.1 Vazbové síly. d'Alembertův princip. Lagrangeovy rovnice 1. druhu

4.2 Hamiltonv princip - hmotná částice

4.3 Hamiltonův princip - pole

4.4 Interakce rozptýlené nabité hmotné substance a pole

4.5 Pokusy o řešení problému klasické teorie elektronu

4.6 Teorie polí a jejich interakcí

Kapitola 5

PRINCIP RELATIVITY A FENOMENOLOGICKÁ MAKROFYZIKA

Teorie relativity umožnila odvodit pro makroskopické elektromagnetické pole v pohybujícím se látkovém prostředí rovnice platné bez omezení na prostředí s konstantou $\chi = 0$ a rychlostí $v \ll c$. Tyto rovnice a relativistické transformační vzorce pro makroskopické elektromagnetické veličiny poskytují jednoduchý výklad elektrodynamických jevů v pohybujících se hmotných tělesech.

5.1 Princip relativity v makroskopické elektrodynamice

5.2 Invariantní tvar rovnic makroskopické elektrodynamiky

5.3 Tenzor energie a hybosti makroskopického a elektromagnetického pole

5.4 Tenzor elastických napětí v pohybujícím se hmotném tělese

5.5 Invariatní tvar zákonů termodynamiky

Kapitola 6

RELATIVITA A GRAVITACE

6.1 Einsteinův speciální princip relativity a teorie gravitace

6.2 Obecná teorie relativity a její přístup k teorii gravitace

6.3 Prostoročas

Někteří fyzikové tvrdí, že zvláštní povaha gravitačního pole (na rozdíl od pavahy druhých materiálních polí), není špatným výsledkem. Soudí, že gravitační pole nemusí být, jako ostatní, polem kvantovaným a že dosud hypotetické gravitony v;bec nemusí existovat. V takovém případě by asi gravitace měla pro fyziku elementárních částic podružný význam a zůstala by jevem důležitým jen z makroskopického hlediska.

Gravitačnímu poli však přísluší energie a podobné vlastnosti charakteristické pro matérii. Proto zase jiní fyzikové jsou názoru opačného, a tedy, že gravitační pole má materiální povahu a je kvantováno.

Empiricky se ale prostoročasové kontinuum nedá ověřit, proto patří otázka vztahu prostoročasu (a tím i gravitace) k teorii elementárních částic k nejzajímavějším problémům teoretické fyziky.

Obsah